ИНТЕГРАЛДАУ ӘДІСТЕРІ

1- практикалық сабақ

1. **Тікелей интегралдау**.

Интеграл астындағы функцияны ықшамдау арқылы кейбір анықталмаған интегралдар 1-18 кестелік интегралды қолданып есептеледі. Осыған мысалдар келтірейік.

$$J=\int\frac{3x^4+5x^3-6x\sqrt[4]{x}+4}{x}dx$$

Шешуі Қажетті элементар түрлендірулерді жүргізгеннен кейін, мүшелеп интегралдасақ интеграл кестедегі 1 және 2 формулаларына келтіріледі.

$$J=3\int x^3dx+5\int x^2dx-6\int x^{1/4}dx+4\int\frac{dx}{x}=3\cdot\frac{x^4}{4}+\frac{5}{3}x^3-\frac{24}{5}x^{5/4}+4\ell n|x|+C$$

$$J=\int\frac{2^x+5^x}{10^x}dx$$

Шешуі Элементар түрлендірулері және (3) формуланы қолданып мына теңдікке келеміз.

$$J=\int\frac{2^x+5^x}{2^x\cdot5^x}dx=\int\frac{dx}{5^x}+\int\frac{dx}{2^x}=\int5^{-x}dx+\int2^{-x}dx=-\int5^{-x}d(-x)-\int2^{-x}d(-x)=$$

$$=-\frac{5^{-x}}{\ell n5}-\frac{2^{-x}}{\ell n2}=-\frac{1}{5^x\ell n5}-\frac{1}{2^x\ell n2}+C.$$

$$J=\int tg^2dx$$

Шешуі $tg^2x=\frac{1}{\cos^2x}-1\Rightarrow J=\int\frac{dx}{\cos^2x}-\int dx=tgx-x+C$

$$J=\int\frac{dx}{x^2+6x+34}.$$

Бөліміндегі көпмүшеліктен толық квадрат бөліп аламыз. $x^2+6x+34=(x+3)^2+5^2$. Енді $dx=d(x+3)$ екенін ескеріп, кестедегі 8 формуланы пайдаланамыз.

$$J=\int\frac{dx}{x^2+6x+34}=\int\frac{dx}{(x+3)^2+5^2}=\int\frac{d(x+3)}{(x+3)^2+5^2}=\frac{1}{10}arctg\frac{x+3}{5}+C$$

Дифференциал белгісінің астына кіргізу арқылы интегралдау:

$$\int f(\varphi(x)\varphi'(x)dx=\int f(\varphi(x))d\varphi(x)\int f(u)du=F(u)+C=F(\varphi(x))+C.\ \ F'(u)=f(u)$$

және мұндағы $u=\varphi(x)$. Бұл түрлендіру $\varphi(x)$ функциясын дифференциал белгісінің астына кіргізу деп аталады.

$$\int\frac{dx}{\sqrt{5x-2}}=\frac{1}{5}\int(5x-2)^{-1/2}d(5x-2)=\begin{vmatrix}u=5x-2\\du=5dx=d(5x-2)\end{vmatrix}=\frac{1}{5}\int u^{-\frac{1}{2}}du=\frac{1}{5}\frac{u^{1/2}}{\frac{1}{2}}+C=\frac{2}{5}\sqrt{5x-2}+C$$

Белгілі формулалар көмегімен интегралды бір немесе бірнеше кестелік интегралға келтіруге болатын кезде қолданамыз. Мысалдар қарастырайық.

а) $\int(x^2-\sqrt[3]{7x}+1)dx=\int x^2dx-\sqrt[3]{7}\int x^{\frac{1}{3}}dx+\int1dx=\frac{x^3}{3}+\sqrt[3]{7}\ \frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1}+x+C=\frac{x^3}{3}+\sqrt[3]{7}\ \frac{x^{\frac{4}{3}}}{4}+x+C$

б) $\int\cos^2xdx=\int\frac{1+\cos2x}{2}dx=\int\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos2x\right)dx=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin2x+C$.

в) $\int (3x+4)^{17} dx = \frac{1}{3}\frac{(3x+4)^{18}}{18} + C = \frac{(3x+4)^{18}}{54} + C$ (6-қасиет бойынша есептелді).

г) $\int \frac{6x-7}{3x^2-7x+5} dx = \left\| \begin{matrix} (3x^2-7x+5)' = 6x-7 \\ \textit{болгандыктан} \end{matrix} \right\| = \ln\left|3x^2-7x+5\right| + C.$